



TUGAS AKHIR - SM141501

**KONTROL OPTIMAL PADA MODEL EKSTRAKSI
LIPID MIKROALGA MENGGUNAKAN METODE
LQR (LINIER QUADRATIC REGULATOR)**

FATKHUNUR FARIZA R
NRP 1213 100 085

Pembimbing:
Dr. Dra. Mardijah, M.T.
Dr. Chairul Imron, M.I.Komp.

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017

Halaman ini sengaja dikosongkan



FINAL PROJECT - SM141501

**OPTIMAL CONTROL OF LIPID EXTRACTION
MODEL IN MIKROALGAE WITH LQR (LINIER
QUADRATIC REGULATOR) METHOD**

FATKHUNUR FARIZA R
NRP 1213 100 085

Supervisors:
Dr. Dra. Mardijah, M.T.
Dr. Chairul Imron, M.I.Komp.

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2017

Halaman ini sengaja dikosongkan

LEMBAR PENGESAHAN

KONTROL OPTIMAL PADA MODEL EKSTRAKSI LIPID MIKROALGA MENGGUNAKAN METODE LQR (LINIER QUADRATIC REGULATOR)

OPTIMAL CONTROL OF LIPID EXTRACTION MODEL IN MIKROALGAE WITH LQR (LINIER QUADRATIC REGULATOR) METHOD

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Pada bidang studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya


Oleh :

FATKHUNUR FARIZA RAHMADIANSYAH
NRP. 1213100085

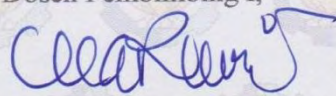
Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,


Dr. Chairul Imron, Ml.Komp.

NIP. 19611115 198703 1 003


Dr. Dra. Mardlijah, M.T.

NIP. 19870728 201404 2 001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
FMIPA ITS




Mukhlash, S.Si, MT

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, 07 Agustus 2017

Halaman ini sengaja dikosongkan

KONTROL OPTIMAL PADA MODEL EKSTRAKSI LIPID MIKROALGA MENGGUNAKAN METODE LQR (LINIER QUADRATIC REGULATOR)

Nama Mahasiswa : Fatkhunur Fariza R
NRP : 1213 100 085
Jurusan : Matematika FMIPA-ITS
Pembimbing : 1. Dr. Dra. Mardlijah, M.T.
2. Dr. Chairul Imron, M.I.Komp.

ABSTRAK

Mikroalga dapat memberikan peluang besar untuk memenuhi sumber cadangan energi dunia. Proses ekstraksi mikroalga menjadi biodiesel perlu dikembangkan agar lebih efisien. Mikroalga jenis *Chlorella vulgaris* memiliki potensi menghasilkan lipid yang baik untuk dijadikan biodiesel. Dalam proses pembuatan biodiesel salah satu bagian yang penting adalah proses ekstraksi. Pada penelitian ini digunakan model perpindahan massa pada ekstraksi lipid mikroalga *Chlorella Vulgaris* dengan menggunakan Pelarut CXM (CO_2 -Expanded Methanol). Diberikan kontrol optimal pada model yang dipilih agar hasilnya lebih efisien. Metode kontrol optimal yang dipilih adalah LQR (Linier Quadratic Regulator) dengan meninjau volume pelarut sebagai variable kontrol. Kemudian dilakukan perbandingan hasil kontrol optimal yang terjadi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa setelah diberikan kontrol, konsentrasi lipid dalam aliran pelarut meningkat sebesar 0.4175 kg/m^3 dan konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga sebesar 1711 kg/m^3 .

Kata Kunci – Biodiesel, *Chlorella vulgaris*, Ekstraksi Konsentrasi lipid, Volume pelarut. LQR (Linier Quadratic Regulator)

Halaman ini sengaja dikosongkan.

OPTIMAL CONTROL OF LIPID EXTRACTION MODEL IN MIKROLGAE WITH LQR (LINIER QUADRATIC REGULATOR) METHOD

Name : Fatkhunur Fariza R
NRP : 1213 100085
Department : Matematika FMIPA-ITS
Supervisor : 1. Dr. Dra. Mardlijah, M.T.
2. Dr. Chairul Imron, M.I.Komp.

ABSTRACT

*Microalgae can provide great opportunities to meet the world's energy reserves. Microalgae extraction process into biodiesel needs to be developed to be more efficient. Chlorella vulgaris type chlorella species have the potential to produce good lipids for biodiesel. In the process of making biodiesel one important part is the extraction process. In this study used mass transfer model on Chlorella Vulgaris microbial lipid extraction using CXM (CO₂-Expanded Methanol) Solvent. Given optimal control on the selected model for more efficient results. The optimal control method chosen is LQR (Linear Quadratic Regulator) by reviewing the volume of solvent as control variable. Then do the comparison of optimal control result that happened. The simulation results showed that after control, the lipid concentration in the solvent flow increased by 0.4175 kg/m³ and the lipid concentration in the microalgae particles was 1711 kg/m³. **Keywords** - Biodiesel, Chlorella vulgaris, Extraction, Lipid Concentration, Volume of solvent. LQR (Linear Quadratic Regulator)*

Halaman ini sengaja dikosongkan.

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Wr. Wb.

Syukur alhamdulillah atas kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan segala nikmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul:

“KONTROL OPTIMAL PADA MODEL EKSTRAKSI LIPID MIKROALGA MENGGUNAKAN METODE LQR (LINIER QUADRATIC REGULATOR)”

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT sebagai Ketua Departemen Matematika FMIPA-ITS.
2. Ibu Dr. Dra. Mardlijah, M.T. sebagai dosen pembimbing I yang telah memberikan motivasi dan pengarahan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.
3. BapakDr. Chairul Imron, M.I.Komp. sebagai dosen pembimbing II yang telah memberikan motivasi dan pengarahan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.
4. Ibu Dr. Dwi Ratna Sulistyaningrum, S.Si, MT.sebagai dosen wali selama penulis kuliah di Jurusan Matematika FMIPA-ITS.
5. Ibu, Bapak dan keluarga besar saya yang telah banyak mendukung dan memberi semangat saya dalam menjalani masa perkuliahan

6. Teman-teman mahasiswa ardi, daus, prima, ipan, firdo, gery, lana, rozi, toem, agus, romli, bayu, sinar, wawan, uzu, gono, jojo, fadhlan , anshar, botak, aril, yoga, kodar, zani, oby, jon, jonbon dan seluruh mahasiswa Matematika 2013 serta keluarga STI-48 LAMBDA (yang tidak dapat saya sebutkan satu persatu) yang telah banyak mendukung baik dari doa maupun tindakan yang telah memberi semangat saya saat menjalani perkuliahan.
7. Semua pihak yang telah memberikan dukungan dan ilmu kepada penulis dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.

Apabila dalam penulisan laporan ini ada kekurangan, kami mohon kritik dan saran demi penyempurnaan laporan tugas akhir di masa yang akan datang. Semoga laporan tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi semua pihak. Amin.

Surabaya, 28 Juli 2017

Penulis

DAFTAR ISI

	Hal
TUGAS AKHIR - SM141501.....	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK.....	vii
ABSTRACT.....	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI.....	xii
DAFTAR GAMBAR.....	xv
DAFTAR TABEL.....	xviiv
BAB I.....	1
PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan.....	4
1.5 Manfaat.....	4
1.6 Sistematika Penulisan.....	4
BAB II.....	6
TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Terdahulu.....	7
2.1.1 Data, Material dan Proses.....	8
2.1.2 Model Matematika	11
2.1.3 Kestabilan Sistem.....	17

2.2 Keterkontrolan.....	20
2.3 Keteramatan	21
2.4 Kontrol LQR (Linier Quadratic Regulator).....	21
2.5 Hubungan Aljabar Riccati dengan Gain Regulator	23
BAB III.....	27
METODE PENELITIAN	27
3.1 Studi Literatur	28
3.2 Perancangan Kontrol Optimal	28
3.3 Analisis Hasil Simulasi	29
3.4 Kesimpulandan Saran.....	29
BAB IV	31
ANALISIS DAN PEMBAHASAN	31
4.1 Persamaan Model Matematika Ekstraksi Lipid Mikroalga.....	31
4.2 Uji Keterkontrolan dan Uji Keteramatan	32
4.2.1 Uji Keterkontrolan	32
4.2.2 Uji Keteramatan	34
4.3 Perancangan Kendali LQR.....	36
4.4 Simulasi dan analisis hasil kontrol optimal.....	38
4.4.1 Hasil simulasi sebelum diberi kendali.....	38
4.4.2 Hasil simulasi setelah diberi kendali	40
BAB V.....	45
PENUTUP.....	45
5.1 Kesimpulan	45

5.2 Saran.....	46
DAFTAR PUSTAKA	47
LAMPIRAN A.....	49
LAMPIRAN B	51
LAMPIRAN C	53

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 2. 1 Cholrella vulgaris	10
Gambar 2. 2 Ekstraktor Soxhlet	11
Gambar 3. 1 Diagram Penelitian	27
Gambar 3. 2 Flowchart Perancangan Sistem Kendali LQR	29
Gambar 4. 1 Kondisi sistem sebelum dilakukan kontrol.....	38
Gambar 4. 2 Kondisi sistem sebelum dilakukan kontrol.....	39
Gambar 4. 3 Konsentrasi lipid dalam aliran pelarut (C_s)	40
Gambar 4. 4 Konsentrasi lipid dalam aliran pelarut (C_s)	40
Gambar 4. 5 Konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga (C_p) ...	41
Gambar 4. 6 Konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga (C_p) ...	41
Gambar 4. 7 Konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l)	42
Gambar 4. 8 Konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l)	42
Gambar 4. 9 Kondisi sistem sebelum diberi kontrol	43
Gambar 4. 10 Kondisi sistem sebelum diberi kontrol	43

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 2. 1 Hasil Lipid Ekstraksi Mikroalga <i>Chlorella vulgaris</i> dengan Eksperimen.	7
Tabel 2. 2 Keterangan Variabel dan Parameter Model	14
Tabel 2. 3 Rumus Routh-Hurwitz	18
Tabel 2. 3 Nilai Parameter Model Ekstraksi Lipid Mikroalga ...	19

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini akan dijelaskan tentang latar belakang yang dibahas pada Tugas Akhir. Permasalahan tersebut disusun dalam rumusan masalah. Kemudian dijabarkan batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang diperoleh.

1.1 Latar Belakang

Biodiesel merupakan bahan bakar minyak yang terbuat dari bahan terbarui seperti tumbuhan maupun hewan yang dipakai sebagai alternatif bahan bakar fosil. Biodiesel memiliki angka setana 10-15 lebih tinggi dari solar, sehingga proses pembakaran lebih cepat, mesin jadi lebih halus dan tidak berisik[1]. Jenis tumbuhan yang dapat digunakan untuk dijadikan bahan baku biodiesel adalah kelapa sawit, kedelai dan jarak pagar, serta ada tanaman yang berpotensi cukup baik sebagai bahan baku biodiesel yaitu alga atau ganggang. Keunggulan alga dibandingkan bahan nabati lain adalah proses pengambilan minyak dilakukan tanpa penggilingan dan langsung diekstrak dengan bantuan zat pelarut[2] Alga adalah tanaman air yang dapat dikelompokkan dalam 2 kelompok makroalga dan mikroalga. Menurut Weber Van Boss Di perairan Indonesia ditemukan 782 jenis alga yang tersebar di seluruh wilayah perairan Indonesia. Alga adalah tumbuhan autotrof yang dapat melakukan fotosintesis sehingga membutuhkan sinar matahari dan karbondioksida yang cukup[3]. Memilih alga sebagai bahan dasar biodiesel merupakan alternatif yang baik dilihat dari

jumlah produksinya. Diperkirakan mikroalga mampu menghasilkan biodiesel 200 kali lebih banyak dibandingkan dengan tumbuhan penghasil minyak (jarak pagar dan kelapa sawit)[4]. Mikroalga jenis *Chlorella vulgaris* mendapat rekomendasi untuk bahan industri. Selain jumlahnya yang banyak di wilayah perairan Indonesia, alga jenis ini sudah banyak dibudidayakan secara massal. Penelitian tentang alga sebagai sumber energi alternative sudah banyak dilakukan seperti penelitian yang dilakukan Nanda Dewi Oktavianti „Kendali Optimal Pertumbuhan Mikroalga Melalui Tingkat Pengenceran Nutrisi”[5], kemudian penelitian Hajar „Kendali Karbon Dioksida Pada Model Pertumbuhan Alga” [6], serta penelitian Nailul Izzati „Optimal Feeding Strategy on Mikroalgae Growth in Fed-Batch Bioreactor Model”[7].

Pengolahan minyak alga menjadi biodiesel membutuhkan proses yang cukup panjang, salah satu tahap penting adalah ekstraksi lipid. Ekstraksi adalah proses pemisahan komponen dari bahan padat dengan bantuan pelarut. Ekstraksi padat cair atau *leaching* adalah transfer difusi komponen terlarut dari padatan ke dalam pelarutnya, yang pada penelitian ini menggunakan pelarut CXM (CO_2 Expanded Methanol). Pada proses ekstraksi terjadi proses perpindahan massa lipid yang terkandung dalam *Chlorella vulgaris* menggunakan alat Soxhlet yang menggunakan penyaringan berulang dan pemanasan. Proses perpindahan massa lipid dari mikroalga yang akan dibentuk persamaan diferensialnya untuk digunakan sebagai model matematika untuk memprediksi hasil lipid yang diekstrak untuk selanjutnya digunakan sebagai bahan utama produksi biodiesel.

Pada penelitian ini digunakan literature yang bersumber dari Tugas Akhir Sriati Monalisa Siahaan yang berjudul, Pemodelan Perpindahan Massa Ekstraksi Lipid

Kontinu Mikroalga *Chlorella Vulgaris* Dengan Pelarut CXM (CO₂-Expanded Methanol)[8]. Kemudian dilakukan kontrol optimal pada dari sumber literature dengan mengatur volume pelarut sehingga menghasilkan ekstraksi lipid yang maksimal. Diperlukan kontrol optimal yang sesuai dengan model yang dipilih, oleh karena itu, pada tugas akhir ini digunakan metode LQR (Linier Quadratic Regulator) karena mampu mengatasi gangguan-gangguan besar yang terjadi pada kestabilan sistem tanpa mengurangi performa kerja. Dengan menggunakan metode LQR (Linier Quadratic Regulator) diharapkan menghasilkan respon yang lebih baik daripada sebelum dilakukan kontrol optimal.

1.2 Rumusan Masalah

Pada Tugas Akhir ini akan dilakukan kontrol optimal pada konsentrasi lipid dalam mikroalga dengan metode LQR (Linier Quadratic Regulator). Permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Bagaimana keterkontrolan dan keteramatan sistem ekstraksi lipid mikroalga pada model yang diambil.
2. Bagaimana hasil dari ekstraksi lipid sebelum dan sesudah dilakukan kontrol optimal.
3. Bagaimana hasil simulasi kontrol optimal model sistem ekstraksi lipid mikroalga dengan menggunakan software MATLAB.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Mikroalga yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Chlorella vulgaris*.
2. Pelarut yang digunakan adalah CXM (CO₂-Expanded Methanol).

3. Data yang digunakan berdasarkan pada hasil eksperimen Yi-Hung Yang dkk pada jurnal *Bioresource Technology* 198 (2015)[9].
4. Model yang digunakan bersumber dari Tugas Akhir Sriati Monalisa Siahaan yang berjudul “Pemodelan Perpindahan Massa Pada Ekstraksi Lipid Kontinu Mikroalga *Chlorella Vulgaris* Dengan Pelarut CXM (CO₂-Expanded Methanol).

1.4 Tujuan

Tujuan penulisan Tugas Akhir ini adalah;

1. Mendapatkan keterkontrolan dan kestabilan pada model yang diambil.
2. Mendapatkan hasil dari ekstraksi lipid sebelum dan sesudah dilakukan kontrol optimal.
3. Mendapatkan hasil simulasi kontrol optimal model dengan menggunakan software MATLAB.

1.5 Manfaat

Manfaat yang didapat dari Tugas Akhir ini adalah:

1. Mendapatkan hasil yang optimal dengan menggunakan kontrol optimal pada volume pelarut yang dimasukkan dengan metode yang dipilih.
2. Sebagai bahan dasar untuk perbandingan hasil yang efisiensi pada eksperimen biodiesel jenis mikroalga dengan metode kontrol optimal yang lain.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yaitu:

1. BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan

Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini dijelaskan mengenai teori yang digunakan dalam penelitian untuk mendapatkan hasil analisis sistem dan kontrol optimal pada sistem yang dipilih.

3. BAB III METODE PENELITIAN

Dalam bab ini dijelaskan tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir, tahapan-tahapan tersebut antara lain, studi literatur, perancangan kontrol optimal. Selanjutnya dilakukan simulasi dan analisis terhadap hasil yang diperoleh. Tahap terakhir adalah melakukan penarikan kesimpulan dari hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan tentang analisa sistem, yang meliputi analisa keterkontrolan dan keteramatan. Setelah itu akan dicari kontrol optimal menggunakan Linier Quadratic Regulator (LQR). Kemudian hasilnya akan disimulasikan menggunakan software MATLAB.

5. BAB V PENUTUP

Dalam bab ini berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini dijelaskan mengenai teori yang digunakan dalam penelitian untuk mendapatkan hasil analisis sistem dan kontrol optimal pada sistem.

2.1 Penelitian Terdahulu

Dalam tugas akhir ini penulis merujuk pada beberapa penelitian terdahulu yang sesuai dengan topic yang diambil. Rujukan utama yang digunakan adalah penelitian yang dilakukan oleh Sriati Monalisa Siahaan (2016) yang berjudul “Pemodelan Perpindahan Massa Pada Ekstraksi Lipid Kontinu Mikroalga *Chlorella Vulgaris* Dengan Pelarut Cxm (CO₂-Expanded Methanol) [4]. Pada penelitian tersebut merujuk pada penelitian yang dilakukan oleh Yi-Hung Yang dkk (2015) yang berjudul “*Optimization of Continous Lipid Extraction from Chlorella Vulgaris by CO₂-Expanded Methanol for Biodiesel Production*” [9]. Selain beberapa penelitian diatas, ada juga beberapa penelitian yang dapat digunakan untuk mendukung penelitian ini yaitu Nanda Dewi Oktavianti (2016) yang berjudul „Kendali Optimal Pertumbuhan Mikroalga Melalui Tingkat Pengenceran Nutrisi” [5], penelitian yang dilakukan oleh Hajar yang berjudul “Kendali Karbon Dioksida Pada Model Pertumbuhan Alga” [6], penelitian yang dilakukan oleh Nailul Izzati (2015) yang berjudul “*Optimal Feeding Strategy on Mikroalgae Growth in Fed-Batch Bioreactor Model*” [7].

Pada penelitian yang dilakukan oleh Sriati Monalisa Siahaan (2016) menjelaskan tentang pemodelan matematika untuk proses transfer massa ekstraksi lipid *Chlorella vulgaris* dengan pelarut CXM (CO₂-Expanded Methanol) dengan alat Soxhlet dan dilakukan analisis sistem proses ekstraksi [4]. Sedangkan pada penelitian

yang dilakukan oleh Yi-Hung Yang (2015) menjelaskan tentang proses optimasi ekstraksi lipid kontinu dari *Chlorella vulgaris* dengan menggunakan pelarut CXM untuk proses produksi biodiesel [9].

Pada penelitian yang dilakukan oleh Nanda Dewi Oktavianti (2016) menjelaskan tentang solusi memaksimalkan hasil biofuel dari mikroalga dengan cara melakukan kendali optimal terhadap pengenceran nutrisi pada model Thornton pertumbuhan mikroalga dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin [5].

Pada penelitian yang dilakukan oleh Hajar menjelaskan tentang analisis sifat-sifat sistem dan pengoptimalan pertumbuhan alga dengan menggunakan metode prinsip maksimum pontryagin berdasarkan parameter yang ada pada model matematika pertumbuhan alga, sehingga dapat menghasilkan bahan bakar biodiesel yang banyak [6].

Pada penelitian yang dilakukan oleh Nailul Izzati (2015) menjelaskan tentang modifikasi model kemudian Mengoptimalkan produktivitas biomassa dan lipid dan biaya pemberian makanan mikroalga dengan menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin [7].

2.1.1 Data Material dan Proses

1. Data

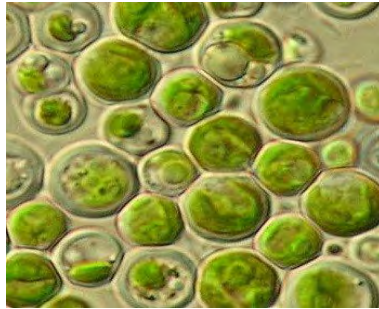
Data yang digunakan pada penelitian ini bersumber dari hasil penelitian Yi-Hung Yang (2015). Penelitian tersebut dilakukan dari hasil uji coba eksperimen di dalam laboratorium. Berdasarkan eksperimen yang dilakukan oleh Yi-Hung Yang, diperoleh data lipid hasil ekstraksi sebagai berikut [9]:

Tabel 2.1 Hasil Lipid Ekstraksi Mikroalga *Chlorella vulgaris* dengan Eksperimen.

Tekanan (MPa)	Suhu (K)	Yeild (%)
6	348	77.8
8	363	80.1
6	373	63.0
4	333	66.1
6	348	77.5
6	348	72.6
6	348	64.4
4	333	50.4
6	323	65.9
6	348	77.8

2. Chlorella Vulgaris

Alga jenis *Chlorella vulgaris* memiliki bentuk sel bulat, bulat lonjong dengan garis tengah 2-10 μm . Pada eksperimen ini *Chlorella vulgaris* yang digunakan dalam bentuk *freeze-dried*. Bentuk *freeze-dried* menghasilkan kandungan lipid lebih banyak dibandingkan mikroalga segar dalam proses ekstraksi. Kandungan lipid yang dapat diekstrak pada mikroalga kering (*freeze-dried*) sebanyak 58% dari total massa. Pada penelitian terdahulu oleh Yi Hung Yang [9], *Chlorella vulgaris* yang digunakan sebagai bahan baku adalah mikroalga segar dengan kandungan maksimal lipid yang terekstrak 20.7%.



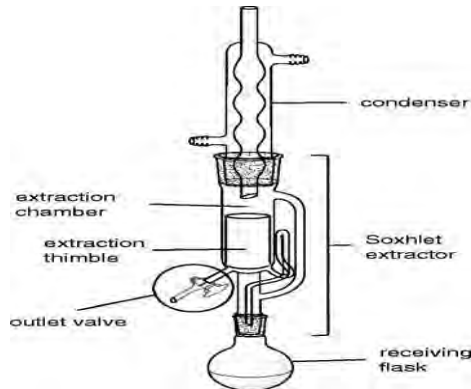
Gambar 2.1 *Chlorella vulgaris*

3. CXM (CO₂-Expanded Methanol)

CXM (CO₂-Expanded Methanol) adalah pengembangan dari CXL (CO₂-Extended Liquid). Bahan kimia yang digunakan antara lain CO₂ dengan kemurnian 99.95% dari Boclh Industrial Gases Co. (Taiwan), dan metanol (99.9%, J.T. Baker). Pembentukan larutan CXM didalam ekstraktor yaitu CO₂ yang dimampatkan dilarutkan ke dalam methanol sehingga membentuk CXM. Setelah larutan terbentuk, larutan akan berdifusi ke dalam partikel mikroalga [9].

4. Ekstraksi

Proses ekstraksi pada penelitian ini digunakan dengan ekstraktor Soxhlet. Mikroalga akan dilarutkan ke dalam ekstraktor dengan pelarut CXM selama 30 menit. Dengan tahap pertama yaitu pelarut dipanaskan dalam labu didih sehingga menghasilkan uap. Kemudian uap tersebut masuk ke dalam kondensor melalui pipa kecil dan keluar dalam fase cair. Setelah itu pelarut masuk ke dalam selongsong berisi padatan. Pelarut akan membasahi sampel dan tertahan di dalam selongsong sampai pelarut dalam pipa sifon dan pelarut di selongsong memiliki tinggi yang sama. Kemudian pelarut akan masuk labu didih dan begitu seterusnya [4].



Gambar2.2 Ekstraktor Soxhlet

2.1.2 Model Matematika

Penelitian yang dilakukan Sriati Monalisa Siahaan dengan data yang diperoleh dari Yi-Hung Yang dkk (2015) mendapatkan model matematika dalam proses ekstraksi lipid berbentuk [4]:

$$\frac{dC_s}{dt} = -\frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} \frac{dC_p}{dt} - \frac{S}{\rho \varepsilon V} C_s \quad (2.1)$$

$$\frac{dC_p}{dt} = -\frac{k_f a (C_p - C_{sat})}{V(1-\varepsilon_p)} - \frac{dC_l}{dt} \quad (2.2)$$

$$\frac{dC_l}{dt} = k_a C_p - k_d C_l \quad (2.3)$$

1. Subsistem 1

Pada subsistem 1 digambarkan proses keseimbangan yang terjadi dalam proses ekstraksi. Dalam menyelesaikan masalah secara umum, persamaan yang lengkap menggambarkan peristiwa konveksi aksial, disperse aksial, disperse radial, perpindahan massa dari

permukaan padatan ke aliran pelarut dan akumulasi. Secara umum dalam bentuk persamaan pendekatan model sebagai berikut:

$$\varepsilon V \frac{\partial C}{\partial t} + vV \frac{\partial C}{\partial z} = VD_L \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + V \frac{D_R}{r} \frac{\partial \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right)}{\partial r} - (1 - \varepsilon) V k_f (C - C_{sat}^*) \quad (2.4)$$

Peristiwa perpindahan massa ke arah aksial jauh lebih besar daripada peristiwa disperse aksial. Dispersi aksial adalah mekanisme yang menyebabkan sampel menyebar di dalam pelarut, yang merupakan produk dari terbentuknya perbedaan kecepatan di dalam ruang, pada model ini dinyatakan dengan z yang menyatakan panjang kolom ekstraktor. Dengan pemberian waktu yang mencukupi pada Fenomena disperse aksial dapat dipresentasikan dalam bentuk proses Difusi Fick. Sementara itu perpindahan massa karena dispersi radial, dimana ruang disperse radial yang disimbolkan dengan r menyatakan perubahan yang terjadi terhadap jari-jari kolom ekstraksi, dapat diabaikan, karena aliran solut-pelarut ke arah aksial. Nilai dispersi dapat diabaikan karena nilainya sangat kecil.

Keseimbangan massa dalam aliran fluida dengan mengabaikan dispersi radial dan dispersi aksial adalah sebagai berikut:

$$D_L \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = 0; \frac{D_R}{r} \frac{\partial \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right)}{\partial r} = 0$$

$$vV \frac{\partial C_s}{\partial z} + \varepsilon V \frac{\partial C_s}{\partial t} + (1 - \varepsilon) V \frac{\partial C_p}{\partial t} = 0 \quad (2.5)$$

Apabila diasumsikan bahwa proses ekstraksi terjadi secara seragam dalam arah aksial di sepanjang kolom ekstraktor selama waktu ekstraksi kecil, maka dengan kata lain $\frac{\partial C_s}{\partial z} = \text{konstan}$, berdasarkan analisis dimensional

dan kesetaraan besaran maka persamaan perpindahan massa ke arah aksial dapat di bentuk menjadi:

$$vV \frac{\partial C_s}{\partial z} = ([L]/[T][L])^3 \left(\frac{[M]}{[L]^3} \div [L] \right)$$

Sehingga berdasarkan hubungan dari persamaan umum laju aliran massa:

$$S = \rho . a . v$$

dimana:

$$S = \text{laju aliran massa } \left(\frac{kg}{s} \right), ([M]/[T])$$

$$\rho = \text{massa jenis fluida } \left(\frac{kg}{m^3} \right), ([M]/[L]^3)$$

$$a = \text{luas penampang aliran } (m^2), ([L]^2)$$

$$v = \text{kecepatan aliran fluida } \left(\frac{m}{s} \right), ([L]/[T])$$

Dimana bentuk persamaan umum diatas dapat dibawa ke dalam bentuk persamaan serupa yang memiliki dimensi dan sifat-sifat yang mempengaruhi pelarut, yaitu diameter kolom ekstraksi dan diameter yang kecil, maka persamaan umum laju aliran massa dapat dibawa ke dalam bentuk:

$$\begin{aligned} vV \frac{\partial C_s}{\partial z} &= ([L]/[T][L])^3 \left(\frac{[M]}{[L]^3} \div [L] \right) \rightarrow ([M]/[T]) \rightarrow \frac{kg}{s} \\ \frac{S}{a\rho} vV \frac{\partial C_s}{\partial z} &\rightarrow (([M]/[T]) \\ &\div [L]^2([M]/[L]^3)) [L]^3 (([M]/[L]^3) \\ &\div [L]) \rightarrow \frac{S}{\rho} C_s \end{aligned}$$

Sehingga berdasarkan penyetaraan diatas diperoleh persamaan perpindahan massa ke arah aksial berupa:

$$\begin{aligned} \frac{S}{\rho} C_s + \varepsilon V \frac{\partial C_s}{\partial t} + (1 - \varepsilon) V \frac{\partial C_p}{\partial t} &= 0 \\ \varepsilon V \frac{\partial C_s}{\partial t} &= \left(-\frac{S}{\rho} C_s \right) - (1 - \varepsilon) V \frac{\partial C_p}{\partial t} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{dC_s}{dt} = -\frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} \frac{dC_p}{dt} - \frac{S}{\rho \varepsilon V} C_s \quad (2.6)$$

dimana:

S : Kecepatan aliran pelarut

ρ : Massa jenis pelarut

2. Subsistem 2

Pada subsistem ini, terjadi proses keseimbangan massa pada partikel mikroalga. Subsistem 2 digambarkan sebagai perpindahan massa melalui bagian luar lapisan film, adalah sebagai berikut:

$$\frac{dC_p}{dt} = -\frac{k_f a (C_p - C_{sat})}{V(1 - \varepsilon_p)}$$

Berdasarkan persamaan umum perpindahan massa zat terlarut, maka dengan mempertimbangkan terjadinya proses perpindahan massa lipid dengan cara adsorpsi maka persamaan diatas dapat dibawa ke dalam bentuk

$$\frac{dC_p}{dt} = -\frac{k_f a (C_p - C_{sat})}{V(1 - \varepsilon_p)} - \frac{dC_l}{dt} \quad (2.7)$$

Dimana $\frac{dC_l}{dt}$ adalah perubahan massa partikel karena proses adsorpsi.

3. Subsistem 3

Pada proses ini terjadi penyerapan pelarut CXM. Adsorpsi terjadi ketika pelarut terikat pada lipid di dalam mikroalga dan selanjutnya terjadi proses penyerapan berbalik arah untuk keluar dari fase padat (solid) partikel mikroalga. Dengan asumsi bahwa lipid memiliki permukaan yang homogen, proses ekstraksi terjadi pada keadaan isothermal dan laju adsorpsi berbeda dengan laju desorpsi, maka persamaan dapat dibentuk dengan mengikuti persamaan untuk proses adsorpsi yaitu:

Tingkat masuk (adsorpsi): k_a

Tingkat keluar (desorpsi): k_d

Tingkat perubahan konsentrasi CXM yang diserap oleh lipid:

$$\frac{dC_l}{dt} = k_a C_p - k_d C_l \quad (2.8)$$

Dimana

C_l : Konsentrasi lipid di permukaan partikel

k_a : Konstanta kinetik adsorpsi

k_d : Konstanta kinetik desorpsi

C_p : Konsentrasi partikel mikroalga

Tabel 2.2 Keterangan variabel dan parameter Model

Simbol	Keterangan	Satuan
C_l	Konsentrasi lipid di permukaan partikel	$\frac{kg}{m^3}$
C_p	Konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga	$\frac{kg}{m^3}$
C_s	Konsentrasi lipid dalam aliran pelarut	$\frac{kg}{m^3}$
K_a	Konstanta kinetik adsorpsi	1/s
K_d	Konstanta kinetik desorpsi	1/s
K_f	Koefisien transfer massa	m/s
C_{sat}^*	Konsentrasi lipid dalam keseimbangan	$\frac{kg}{m^3}$
ε_p	Porositas partikel mikroalga	—
S	Kecepatan aliran pelarut	$\frac{kg}{s}$
a	Luas permukaan partikel mikroalga ($4\pi r^2$)	m^2
a	Massa jenis pelarut	$\frac{kg}{m^3}$
V	Volume pelarut	m^3

Model menunjukkan hasil Absolute Average Relative Deviation (AARD) sebesar 4,524919 % untuk hasil solusi analitik dibandingkan dengan hasil ekstraksi dari eksperimen yang dilakukan Yi Hung Yang dkk. Sementara untuk hasil solusi numerik, model menunjukkan nilai AARD sebesar 4,39568%. Berdasarkan nilai ini dapat disimpulkan bahwa model memiliki tingkat keakuratan sebesar >95%.

Hasil perhitungan dan simulasi MATLAB yield yang diperoleh pada saat ekstraksi dipengaruhi oleh laju aliran massa CO₂ suhu dan tekanan. Perbedaan pemberian besar tekanan dan suhu akan berpengaruh pada massa jenis dan viskositas pelarut yang akan berdampak pada perbedaan nilai difusivitas pelarut terhadap mikroalga. Nilai keseimbangan yang tercapai antar lipid-CO₂ pada masing-masing kondisi suhu dan tekanan yang diberikan akan sangat mempengaruhi ketepatan hasil ekstraksi. Besarnya laju aliran massa CO₂ yang diberikan akan berpengaruh pada hasil yield lipid. Perpaduan kondisi yang tepat (suhu, tekanan dan laju aliran massa) akan memberikan hasil yield lipid maksimal yang dapat diperoleh dari proses ekstraksi.

2.1.3 Kestabilan Sistem

Jika dinyatakan dalam bentuk matriks ruang keadaan menjadi:

$$\begin{bmatrix} \dot{C}s \\ \dot{C}p \\ \dot{C}l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{S}{\rho\varepsilon V} & \frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a}{V(1-\varepsilon_p)} + k_a \right) & -\frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} k_d \\ 0 & -\left(\frac{k_f a}{V(1-\varepsilon_p)} + k_a \right) & k_d \\ 0 & k_a & -k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_s \\ C_p \\ C_l \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{S}{\rho\varepsilon V} & \frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a}{V(1-\varepsilon_p)} + k_a \right) & -\frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} k_d \\ 0 & -\left(\frac{k_f a}{V(1-\varepsilon_p)} + k_a \right) & k_d \\ 0 & k_a & -k_d \end{bmatrix}$$

Selanjutnya akan dicari nilai eigen dari matriks A diatas. Berdasarkan persamaan

$$|\lambda I - A| x = 0$$

Maka persamaan menjadi

$$\begin{bmatrix} \lambda + \frac{S}{\rho\varepsilon V} & \frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a}{V(1-\varepsilon_p)} + k_a \right) & -\frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} k_d \\ 0 & \lambda + \left(\frac{k_f a}{V(1-\varepsilon_p)} + k_a \right) & k_d \\ 0 & k_a & \lambda + k_d \end{bmatrix} = 0$$

Setelah dibentuk perkalian matriks A maka bisa didapatkan nilai eigen sebagai berikut:

$$\begin{aligned} |\lambda I - A| &= \left(\lambda + \frac{S}{\rho\varepsilon V} \right) \left(\lambda + \left(\frac{k_f a}{V(1-\varepsilon_p)} + k_a \right) \right) (\lambda \\ &\quad + k_d) - k_a k_d \left(\lambda + \frac{S}{\rho\varepsilon V} \right) = 0 \end{aligned}$$

Karena matriks A diatas memiliki nilai 3 eigen maka akan digunakan kriteria Routh-Hurwitz. Berdasarkan criteria Routh-Hurwitz, persamaan karakteristik diatas dapat ditulis sebagai berikut:

$$a_0 \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda^1 + a_3 = 0$$

Dengan nilai masing-masing untuk a_0, a_1, a_2 dan a_3 adalah:

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) + \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) + k_d$$

$$a_2 = \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) + \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) k_d \\ + \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) k_d - k_a k_d$$

$$a_3 = \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) k_d - k_a k_d \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right)$$

Berdasarkan teorema kestabilan [10] sistem dikatakan stabil apabila titik asal $\bar{x} = 0$ bila dan hanya bila $\text{Re}(\lambda_i) \leq 0$ untuk semua $i = 1, \dots, k$ dan untuk semua i dengan $\text{Re}(\lambda_i) = 0$ multiplisitas aljabar sama dengan multiplisitas geometrinya. Dengan menggunakan rumus Routh-Hurwitz dapat dituliskan dalam tabel sebagai berikut:

Table 2.3 Rumus Routh-Hurwitz

λ^3	a_0	a_2	$a_4 = 0$
λ^2	a_1	a_3	$a_5 = 0$
λ^1	$\frac{-\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}}{a_1} = b_1$	$\frac{-\begin{vmatrix} a_0 & 0 \\ a_1 & 0 \end{vmatrix}}{a_1} = 0$	$\frac{-\begin{vmatrix} a_0 & 0 \\ a_1 & 0 \end{vmatrix}}{a_1} = 0$
λ^0	$\frac{-\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = c_1$	$\frac{-\begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$	$\frac{-\begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$

Diberikan nilai parameter yang akan digunakan dalam proses ekstraksi sebagai berikut:

Table 2.4 Nilai Parameter Model Ekstraksi Lipid Mikroalga

Parameter	Nilai
k_a	0.000002 1/s
k_d	0.000001 1/s
k_f	1.72737 m/s
a	$1.256 \times 10^{-11} m^2$
C_{sat}^*	9.25
V	$9 \times 10^{-5} m^3$
ε_p	0.3
S	$5 \times 10^{-5} kg/s$
ρ	$74.79195 kg/m^3$

Karena nilai parameter $S, \rho, \varepsilon, V, k_f, a, k_a$, dan k_d semua bernilai positif sehingga jelas bahwa:

$$a_1, a_2, a_3, a_4 > 0$$

Nilai b_1 dihitung sebagai berikut:

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$$

Karena $a_1 > 0$, maka nilai b_1 akan bernilai

$$\frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} > 0 \text{ jika } a_1 a_2 > a_0 a_3$$

Dengan nilai:

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 2.48 \times 10^{-2}$$

$$a_2 = 1.68 \times 10^{-7}$$

$$a_3 = 1.93 \times 10^{-13}$$

Dimana nilai dari

$$a_1 a_2 = (2.48 \times 10^{-2})(1.68 \times 10^{-7}) = 4.17 \times 10^{-9}$$

dan

$$a_0 a_3 = 1.93 \times 10^{-13}$$

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} = \frac{4.17 \times 10^{-9} - 1.93 \times 10^{-13}}{2.48 \times 10^{-2}} = 1.68 \times 10^{-7}$$

Maka dapat disimpulkan bahwa

$$b_1 > 0$$

Nilai c_1 dihitung sebagai berikut:

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - b_2 a_1}{b_1}$$

dimana

$$b_1 = \frac{a_1 a_4 - a_5 a_0}{a_1}$$

Dengan $a_4 = 0$ dan $a_5 = 0$. Sehingga nilai $b_2 = 0$

Maka dengan nilai c_1 akan bernilai $\frac{b_1 a_3 - b_2 a_1}{b_1} > 0$ jika

$$b_1 a_3 > b_2 a_1$$

Karena nilai $b_2 > 0$, maka jelas bahwa $b_1 a_3 > b_2 a_1$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa $c_1 > 0$.

Berdasarkan teorema kestabilan [10] karena nilai $a_1 > 0$, $b > 0$, $c_1 > 0$ dan maka sistem diatas adalah sistem yang stabil.

2.2 Keterkontrolan

Dibutuhkan analisis keterkontrolan sistem karena jika sistem yang bersangkutan tidak terkontrol maka solusi untuk permasalahan kontrol optimal mungkin tidak akan di peroleh.

Diberikan sistem linier invarian-waktu dimensi-n yang disajikan oleh persamaan:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ \dot{y} &= Cx + Du\end{aligned}$$

Definisi 2.3.2 [10] Sistem linier dikatakan terkontrol bila untuk setiap keadaan sebarang $x(0) = x_0$ ada masukan $u(t)$ yang tidak dibatasi mentranfer keadaan x_0 ke sebarang keadaan akhir $x(t_1) = x_1$ dengan waktu akhir t_1 hingga.

Syarat cukup dan perlu suatu sistem linier dikatakan terkontrol, jika matriks:

$$M_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

Mempunyai *rank* sama dengan n .

2.3 Keteramatan

Definisi 2.3.3 [10] Bila setiap keadaan awal $x(0) = x_0$ secara tunggal dapat diamati dari setiap pengukuran keluaran sistem dari waktu $t = 0$ ke $t = t_1$, maka sistem dikatakan "teramati".

Syarat cukup dan perlu suatu sistem linier dikatakan teramati, jika matriks:

$$M_0 = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

Mempunyai *rank* sama dengan n .

2.4 Kontrol LQR (Linier Quadratic Regulator)

Metode LQR adalah teknik kendali modern yang diimplementasikan dalam bentuk ruang dan waktu (*state space*) yang digunakan untuk mendesain dinamik optimal regulator. Berdasarkan sistem persamaan berikut [12]:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu_c(t) \quad (2.7.1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2.7.2)$$

Dengan keterangan sebagai berikut :

$A_{n \times n}$ = Matriks ruang keadaan

$B_{n \times m}$ = Matriks masukan kendali

$C_{r \times n}$ = Matriks keteramatan

$x(t)$ = Vektor ruang keadaan

$y(t)$ = Output proses

$u_c(t)$ = Input proses

Matriks A, B dan C bersifat invariant waktu. Metode LQR berfungsi untuk mencari gain regulator sesuai dengan persamaan model state space sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.7.3)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2.7.4)$$

Dengan meminimalkan nilai dari *cost function* sebagai berikut:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q_c x + u^T R_c u) dt$$

Dimana Q_c adalah matriks simetris, semi-definit positif dan R_c adalah matriks simetris, definit positif.

Definisi 2.7.1 [10] Suatu matriks A yang berukuran $n \times n$ dikatakan semi definit positif, jika untuk setiap vektor $x \neq 0$ dengan n komponen berlaku $x^T A x \geq 0$, dan dikatakan definit positif, jika $x^T A x > 0$.

LQR mengendalikan proses/*plant* dengan menggunakan kombinasi linier variabel keadaan plant tersebut. Maka, LQR membutuhkan semua state dalam plant tersedia untuk proses kontrol (dapat diukur atau diakses datanya). Jika tidak semua variabel keadaan ini bisa diperoleh, maka LQR dapat ditambah dengan observer/estimator untuk mengestimasi variabel keadaan yang tidak dapat diukur berdasarkan model plant dan output yang dapat diukur. Bentuk dari sinyal kendali adalah:

$$u = -K_c x \quad (2.7.5)$$

dengan K adalah matriks umpan balik yang diperoleh dari penyelesaian persamaan aljabar Riccati. Dari (2.7.5) matriks umpan balik K diperoleh dengan menyelesaikan persamaan Riccati. Salah satu kendala penggunaan metode LQR adalah penyelesaian persamaan Riccati yang tidak mudah jika diselesaikan secara manual. Oleh karena itu, dibutuhkan bantuan komputer, dalam hal ini dengan paket program Matlab. Jika elemen-elemen matriks K yang tidak diketahui ditentukan sedemikian rupa, maka $u = -K_c x$ optimal untuk syarat awal $x(0)$.

Dari indeks persamaan keadaan sistem dan indeks performansi didapat nilai matriks K yang optimal untuk indeks performansi yang dipilih sebagai:

$$K_c = R_c^{-1} B^T P_c \quad (2.7.6)$$

dengan P_c adalah unik (penyelesaian yang bersifat tunggal). Solusi semi-definit positif untuk persamaan Riccati harus memenuhi persamaan tereduksi berikut:

$$A^T P_c + P_c A - P_c B R_c^{-1} B^T P_c + Q_c = 0 \quad (2.7.7)$$

Persamaan (2.7.7) disebut persamaan Riccati. Dalam perancangan teknik kendali optimal LQR, setelah matriks diketahui, maka nilai P_c tersebut disubstitusikan ke dalam Persamaan (2.7.6) sehingga diperoleh nilai matriks optimal K_c .

2.5 Hubungan Aljabar Riccati dengan Gain Regulator

Pada sistem linear, *state* sistem dapat ditunjukkan sebagai berikut [8] :

$$\dot{x} = Ax + Bu_c \quad (2.8.1)$$

Untuk sistem linier, time-invariant, dapat diturunkan persamaan Riccati. Untuk mencari penyelesaian tersebut diberikan persamaan Hamiltonian sebagai berikut:

$$H = \frac{1}{2}x^T Qx + \frac{1}{2}u_c^T Ru_c + \lambda^T (Ax + Bu_c) \quad (2.8.2)$$

Dari persamaan (2.42), diperoleh nilai *co-state* adalah :

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} \quad (2.8.3)$$

$$\dot{\lambda} = -Qx - A^T \lambda \quad (2.8.4)$$

Kemudian untuk mendapatkan kondisi optimal, maka :

$$\frac{\partial H}{\partial u_c} = 0 = Ru_c + B^T \lambda \quad (2.8.5)$$

Sehingga :

$$u_c = -R^{-1}B^T \lambda(t) \quad (2.8.6)$$

Kemudian dilakukan substitusi persamaan (2.8.6) kedalam persamaan (2.8.1), sehingga diperoleh :

$$\dot{x} = Ax + B(-R^{-1}B^T \lambda) = Ax - BR^{-1}B^T \lambda \quad (2.8.7)$$

Sehingga persamaan (2.8.4) dan (2.8.7) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (2.8.8)$$

Kemudian dengan melakukan pemisalan :

$$\lambda = Px \quad (2.8.9)$$

Maka turunan persamaan(2.8.9) adalah :

$$\dot{\lambda} = \dot{P}x + P\dot{x} \quad (2.8.10)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.8.7) dan (2.8.9)

Kedalam persamaan (2.8.10) diperoleh persamaan :

$$\dot{\lambda} = \dot{P}x + P(Ax - BR^{-1}B^TPx) \quad (2.8.11)$$

Selanjutnya dilakukan substitusi persamaan (2.8.4) dan (2.8.11), sehingga persamaan menjadi :

$$\begin{aligned} -Qx - A^TPx &= \dot{P}x + P(Ax - BR^{-1}B^TPx) \\ -\dot{P}x &= PAx + A^TPx - PBR^{-1}B^TPx + Qx \end{aligned}$$

Karena nilai P konstan, maka $\dot{P} = 0$, sehingga :

$$0 = PAx + A^TPx - PBR^{-1}B^TPx + Qx \quad (2.8.12)$$

Persamaan diatas dikenal sebagai persamaan Riccati (*Riccati Equation*). Persamaan Riccati merupakan diferensial orde pertama yang bersifat non linier. Formulasi dan solusi masalah LQR pada waktu berhingga (finite), dengan nilai umpan balik keadaan $u = -K_c x$.

Dengan

$$K = P_c^{-1}B^TP_c \quad (2.8.13)$$

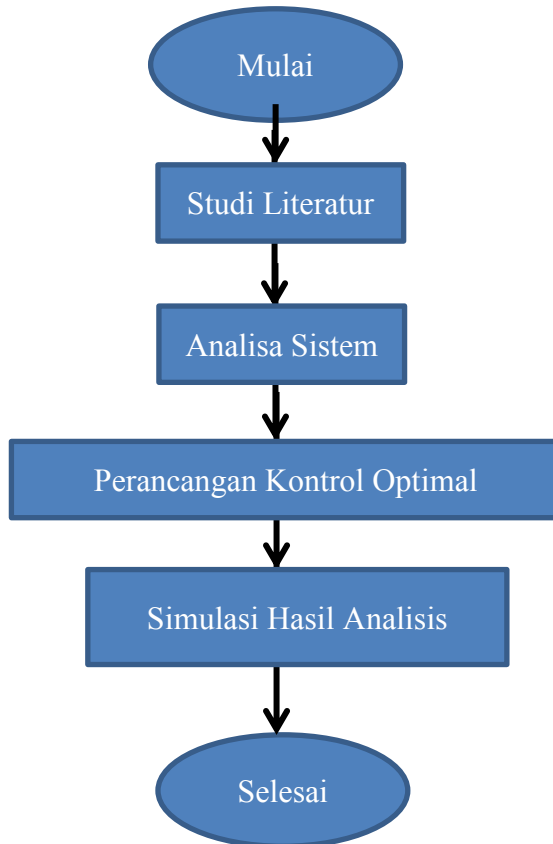
dengan syarat matriks A dan B terkontrol.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB III

METODE PENELITIAN

Pada bab ini menguraikan metode yang akan digunakan dalam penelitian. Metode penelitian ini akan disusun secara sistematis karena berguna sebagai acuan. Berikut ini merupakan diagram tahapan penelitian untuk mempermudah dalam memahami alur penelitian.



Gambar 3.1 Diagram Penelitian

Tahap tahap yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

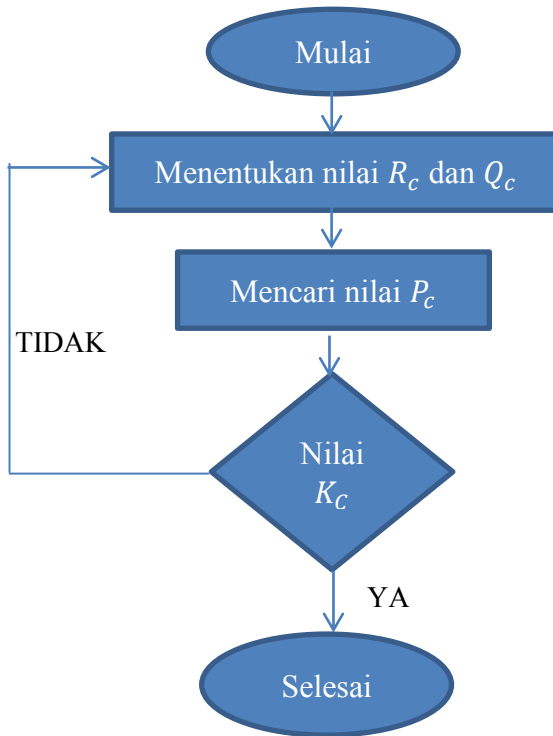
3.1 Studi Literatur

Pada tahap ini, studi literatur dilakukan untuk mendapatkan informasi mengenai model matematika ekstraksi lipid mikroalga. Data yang diperoleh bersumber dari Tugas Akhir Sriati Monalisa Siahaan yang berjudul “Pemodelan Perpindahan Massa Pada Ekstraksi Lipid Kontinu Mikroalga *Chlorella Vulgaris* Dengan Pelarut CXM (CO₂-Expanded Methanol)”. Dalam laporan tugas akhir ini, digunakan Linier Quadratic Regulator sebagai metode kendali. Studi literature juga dilakukan untuk mendapatkan informasi terkait teori tersebut. Sumber informasi bias didapat melalui buku-buku literatur, jurnal, paper, maupun artikel dari internet.

3.2 Perancangan Kontrol Optimal

Pada tahap ini dilakukan analisis variabel yang akan dioptimalkan. Serta menentukan fungsi objektif yang akan digunakan. Kontrol optimal pada model yang dipilih. Berikut adalah tahap – tahap yang dilakukan dalam penentuan gain K_C :

1. Menentukan nilai R_C dan Q_C .
2. Dipilih nilai R_C terlebih dahulu dan penentuan Q_C .
3. Mencari nilai P_C dengan *toolboc* MATLAB.
4. Mencari nilai gain K_C .
5. Simulasi sistem dengan simulink MATLAB
6. Analisa karakteristik hingga diperoleh sistem yang optimal.



Gambar 3.2 Flowchart Perancangan Sistem Kendali LQR

3.3 Analisis Hasil Simulasi

Analisis hasil simulasi akan menggunakan perangkat lunak program MATLAB, antara lain *Simulink* dan *m-file*. Kemudian akan dibandingkan respon sistem terhadap pengaruh kontrol LQR (Linier Quadratic Regulator) dalam bentuk output.

3.4 Kesimpulan dan Saran

Setelah semua tahap dilakukan, langkah akhir adalah penarikan kesimpulan berdasarkan hasil penelitian dan penyelesaian dari tahap sebelumnya.

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan tentang analisa sizstem, yang meliputi analisa keterkontrolan dan keteramatan. Setelah itu akan dicari kontrol optimal menggunakan Linier Quadratic Regulator (LQR). Kemudian hasilnya akan disimulasikan menggunakan software MATLAB.

4.1 Persamaan Model Matematika Ekstraksi Lipid Mikroalga

Pada penelitian ini digunakan model matematika ekstraksi lipid mikroalga yang dilakukan oleh Sriati Monalisa Siahaan (2016), sebagai berikut

$$\frac{dC_s}{dt} = -\frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} \frac{dC_p}{dt} - \frac{S}{\rho\varepsilon V} C_s \quad (4.1)$$

$$\frac{dC_p}{dt} = -\frac{k_f a (C_p - C_{sat})}{V(1-\varepsilon_p)} - \frac{dC_l}{dt} \quad (4.2)$$

$$\frac{dC_l}{dt} = k_a C_p - k_d C_l \quad (4.3)$$

Sehingga diperoleh persamaan ruang keadaan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{C}_s \\ \dot{C}_p \\ \dot{C}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{S}{\rho\varepsilon V} & \frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a}{V(1-\varepsilon_p)} + k_a \right) & -\frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} k_d \\ 0 & -\left(\frac{k_f a}{V(1-\varepsilon_p)} + k_a \right) & k_d \\ 0 & k_a & -k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_s \\ C_p \\ C_l \end{bmatrix}$$

Dinotasikan:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{S}{\rho \varepsilon V} & \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) & -\frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} k_d \\ 0 & -\left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) & k_d \\ 0 & k_a & -k_d \end{bmatrix}$$

Selanjutnya berdasarkan nilai parameter-parameter yang telah didapat, diperoleh matrik A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} -1.026 \times 10^{-11} & 5.0671 \times 10^{-6} & -2.3364 \times 10^{-6} \\ 0 & -2.1687 \times 10^{-6} & 1.0000 \times 10^{-6} \\ 0 & 2.0000 \times 10^{-6} & -1.0000 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

4.2 Uji Keterkontrolan dan Uji Keteramatan

4.2.1 Uji Keterkontrolan

Matriks keterkontrolan diberikan oleh persamaan berikut:

$$M_c = [B \ AB \ A^2B]$$

Karena variabel pengontrol pada matriks A tidak linier maka digunakan Jacobian untuk memperoleh matriks B yaitu:

$$B = \begin{bmatrix} \partial \frac{(\dot{C}_s)}{\partial V} \\ \partial \frac{(\dot{C}_p)}{\partial V} \\ \partial \frac{(\dot{C}_l)}{\partial V} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial \left(-\frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} \frac{dC_p}{dt} - \frac{S}{\rho\varepsilon V} C_s \right)}{\frac{\partial V}{\partial \left(-\frac{k_f a(C_p - C_{sat})}{V(1-\varepsilon_p)} - \frac{dC_l}{dt} \right)}} \\ \frac{\partial \left(k_a C_p - k_d C_l \right)}{\frac{\partial V}{\partial \left(\frac{(1-\varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a(C_p - C_{sat})}{V^3(1-\varepsilon_p)} \right) + \frac{S}{\rho\varepsilon V^2} C_s \right)}} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.0043 \\ 0.0018 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Untuk matriks AB diperoleh

$$AB = \begin{bmatrix} 9.5005 \times 10^{-9} \\ -4.0662 \times 10^{-9} \\ 3.7498 \times 10^{-9} \end{bmatrix}$$

Untuk matriks A^2B diperoleh

$$A^2B = \begin{bmatrix} -2.9366 \times 10^{-14} \\ 1.2568 \times 10^{-14} \\ -1.1882 \times 10^{-14} \end{bmatrix}$$

Jadi, setelah dimasukkan nilai parameter ke dalam matriks M_c sehingga diperoleh:

$$M_c = \begin{bmatrix} 0.0043 & 9.5005 \times 10^{-9} & -2.9366 \times 10^{-14} \\ 0.0018 & -4.0662 \times 10^{-9} & 1.2568 \times 10^{-14} \\ 0 & 3.7498 \times 10^{-9} & -1.1882 \times 10^{-14} \end{bmatrix}$$

Dengan melakukan operasi baris elementer (OBE) akan didapatkan rank matriks M_c sama dengan dimensinya yaitu 3. Berdasarkan teorema keterkontrolan [10], maka sistem di atas adalah sistem yang terkontrol.

4.2.2 Uji Keteramatan

Analisa keteramatan dapat dilakukan dengan membentuk matriks keteramatan [10], yaitu:

$$M_p = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix}$$

Dimana matriks C adalah sistem yang akan diketahui hasilnya. Karena mengasumsikan nilai keluaran berupa variable C_s , C_p dan C_l maka diperoleh matriks C sebagai berikut;

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Menentukan matriks CA :

$$CA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.026 \times 10^{-11} & 5.0671 \times 10^{-6} & -2.3364 \times 10^{-6} \\ 0 & -2.1687 \times 10^{-6} & 1.0000 \times 10^{-6} \\ 0 & 2.0000 \times 10^{-6} & -1.0000 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

$$CA = \begin{bmatrix} -1.8026 \times 10^{-11} & 5.0671 \times 10^{-6} & -2.3364 \times 10^{-6} \\ 0 & -2.1687 \times 10^{-6} & 1.0000 \times 10^{-6} \\ 0 & 2.0000 \times 10^{-6} & -1.0000 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

Untuk menentukan matriks CA^2 , diperlukan matriks A^2 terlebih dahulu yaitu:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3.2493 \times 10^{-22} & -1.5662 \times 10^{-11} & 7.4036 \times 10^{-12} \\ 0 & 6.7034 \times 10^{-12} & -3.1687 \times 10^{-12} \\ 0 & -6.3374 \times 10^{-12} & 3.0000 \times 10^{-12} \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh matriks CA^2 :

$$CA^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.2493 \times 10^{-22} & -1.5662 \times 10^{-11} & 7.4036 \times 10^{-12} \\ 0 & 6.7034 \times 10^{-12} & -3.1687 \times 10^{-12} \\ 0 & -6.3374 \times 10^{-12} & 3.0000 \times 10^{-12} \end{bmatrix}$$

$$CA^2 = \begin{bmatrix} 3.2493 \times 10^{-22} & -1.5662 \times 10^{-11} & 7.4036 \times 10^{-12} \\ 0 & 6.7034 \times 10^{-12} & -3.1687 \times 10^{-12} \\ 0 & -6.3374 \times 10^{-12} & 3.0000 \times 10^{-12} \end{bmatrix}$$

Setelah itu dimasukkan nilai parameter ke dalam matriks M_p sehingga dapat dibentuk sebagai berikut:

$$M_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1.8026 \times 10^{-11} & 5.0671 \times 10^{-6} & -2.3364 \times 10^{-6} \\ 0 & -2.1687 \times 10^{-6} & 1.0000 \times 10^{-6} \\ 0 & 2.0000 \times 10^{-6} & -1.0000 \times 10^{-6} \\ 3.2493 \times 10^{-22} & -1.5662 \times 10^{-11} & 7.4036 \times 10^{-12} \\ 0 & 6.7034 \times 10^{-12} & -3.1687 \times 10^{-12} \\ 0 & -6.3374 \times 10^{-12} & 3.0000 \times 10^{-12} \end{bmatrix}$$

Dengan menerapkan operasi baris elementer (OBE) didapat rank $M_p = 3$. Berdasarkan teorema keteramatan [10] maka sistem teramat.

4.3 Perancangan Kendali LQR

Pada sub bab ini, akan dibahas perancangan kendali LQR untuk sistem model matematika ekstraksi lipid mikroalga. LQR merupakan sebuah sistem kendali yang terdiri atas sistem dan gain *feedback* sistem. Dengan menentukan fungsi objektif sebagai berikut:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (x^T Q_c x + u^T R_c u) dt$$

LQR yang telah dijabarkan adalah desain untuk sistem kendali dengan rentang waktu yang tak terhingga di mana t_f adalah waktu final kendali serta Q_c adalah matriks simetris, semi-definit positif dan R_c adalah matriks simetris, definit positif.

Tahap selanjutnya adalah penentuan gain *feedback* regulator. Kemudian diselidiki Gain Regulator LQR dengan karakteristik stabil pada lup tertutup. Hukum kendali dari sebuah sistem dapat dituliskan sebagai berikut:

$$u_c = -K_c x$$

Dengan K_c adalah nilai gain *feedback* regulator yang diperoleh dari :

$$K_c = R_c^{-1} B^T P_c$$

Dengan P_c merupakan penyelesaian Aljabar Riccati :

$$A^T P_c + P_c A - P_c B R_c^{-1} B^T P_c + Q_c = 0$$

Pada penyelesaian Aljabar Riccati di atas, dibutuhkan nilai Q_c dan R_c terlebih dahulu. Q_c merupakan matriks bobot variable sistem yang bersifat simetri dan semi definit positif. R_c merupakan matriks bobot nilai masukkan sistem yang bersifat simetri dan definit positif. Nilai Q_c dan R_c diperoleh dengan cara *trial and error*. Semakin kecil nilai R_c dan semakin besar nilai Q_c , maka nilai gain K_c semakin besar.

Berikut adalah tahap – tahap yang dilakukan dalam penentuan gain K_c :

1. Menentukan nilai R_c dan Q_c .
2. Dipilih nilai R_c terlebih dahulu dan penentuan Q_c .
3. Mencari nilai P_c dengan *toolboc* MATLAB.
4. Mencari nilai gain K_c .
5. Simulasi sistem dengan simulink MATLAB
6. Analisa karakteristik hingga diperoleh sistem yang optimal, yaitu waktu stabil tercepat dan hasil yang maksimal.

Dari beberapa penelitian yang menggunakan metode LQR pada umumnya untuk menentukan nilai Q_c dan R_c dengan cara *trial and error*, diperoleh nilai Q_c dan R_c yang membuat sistem yang optimal adalah sebagai berikut :

$$Q_c = \begin{bmatrix} 0.95 & 0 & 0 \\ 0 & 0.95 & 0 \\ 0 & 0 & 0.95 \end{bmatrix}$$

Dan

$$R_c = [1]$$

Dengan algoritma aljabar riccati menggunakan bantuan matlab, maka diperoleh

$$P_c = \begin{bmatrix} 0.2557 * 10^6 & -0.5969 * 10^6 & -1.1971 * 10^6 \\ -0.5969 * 10^6 & 1.3946 * 10^6 & 2.7970 * 10^6 \\ -1.1971 * 10^6 & 2.7970 * 10^6 & 6.0697 * 10^6 \end{bmatrix}$$

Sehingga nilai gain regulator adalah :

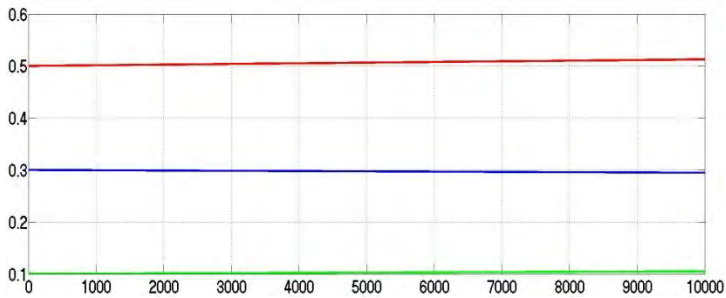
$$K_c = [0.9747 \quad 0.2007 \quad 0.0027]$$

4.4 Simulasi dan Analisis Hasil Kontrol Optimal

Pada simulasi ini akan dicari kontrol optimal pada konsentrasi lipid dalam yang nantinya diharapkan akan menghasilkan ekstraksi lipid yang maksimal. Kemudian untuk inputan nilai parameter diambil dari tabel 4.2 dan untuk kondisi awal diambil dari penelitian yang dilakukan Sriati Monalisa Siahaan (2016) yaitu diberikan $C_s = 0.5$, $C_p = 0.3$ dan $C_l = 0.1$.

4.4.1 Hasil simulasi sebelum diberi kendali

Dalam subbab ini, simulasi dilakukan pada sistem semula sebelum dilakukan kontrol optimal. Hasil simulasi dengan kondisi awal sebelum dilakukan kontrol optimal sebagai berikut.

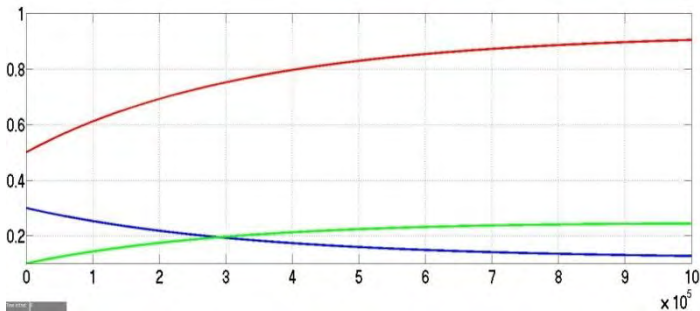


Gambar 4.1 Kondisi sistem sebelum dilakukan kontrol

Gambar diatas, adalah hasil simulasi dengan konsentrasi awal lipid dalam aliran pelarut (C_s) sebesar 0.5 kg/m^3 , konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga (C_p) sebesar 0.3 kg/m^3 , konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l) sebesar 0.1 kg/m^3 . Dengan di inputkan kondisi awal tersebut, didapatkan;

1. Konsentrasi lipid dari dalam aliran pelarut (C_s) mengalami peningkatan dari $t = 0$ sampai $t = 10000$ dengan hasil konsentrasi menjadi sebesar 0.5126 kg/m^3 .

2. Konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga (C_p) mengalami penurunan dari $t = 0$ sampai $t = 10000$ dengan hasil konsentrasi menjadi sebesar 0.2947 kg/m^3 dan
3. Konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l) mengalami peningkatan dari $t = 0$ sampai $t = 10000$ dengan hasil konsentrasi menjadi sebesar 0.1049 kg/m^3 .



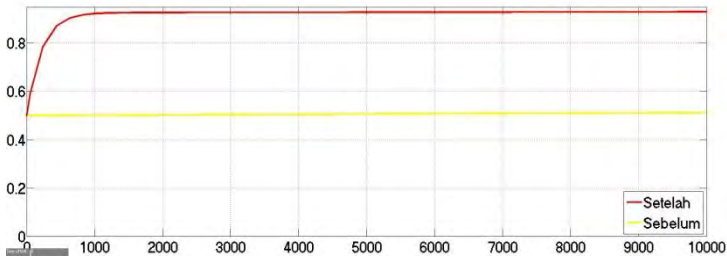
Gambar 4.2 Kondisi sistem sebelum dilakukan kontrol

Gambar 4.2, menunjukkan hasil simulasi sebelum dilakukan kontrol pada waktu $t = 0$ sampai $t = 10 \times 10^5$. Kondisi sistem diatas didapat

1. Konsentrasi lipid dalam aliran pelarut (C_s) mengalami kenaikan mencapai 0.9053 kg/m^3 .
2. Konsentrasi pada lipid dalam partikel mikroalga (C_p) dari $t = 0$ sampai $t = 10 \times 10^5$ mengalami penurunan sehingga untuk waktu $t = \infty$ didapat hasil sebesar 0 kg/m^3 .
3. Konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l) mengalami peningkatan dari $t = 0$ sampai $t = 10 \times 10^5$ dengan hasil konsentrasi menjadi sebesar 0.2438 kg/m^3 .

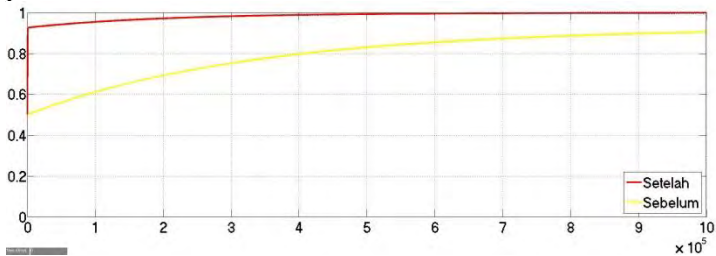
4.4.2 Hasil simulasi setelah diberi kendali

Pada subbab ini dilakukan simulasi sistem setelah diberi kontrol optimal. Hasil simulasi dengan kondisi awal sebelum dilakukan kontrol optimal sebagai berikut.



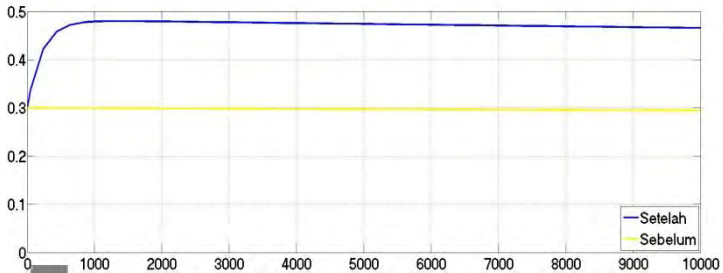
Gambar 4.3 Konsentrasi lipid dalam aliran pelarut (C_s)

Gambar 4.2 menunjukkan setelah dilakukan kendali optimal mengalami meningkat. Sebelum dilakukan kendali pada $t = 10000$ nilai konsentrasi lipid dalam aliran pelarut (C_s) awalnya adalah 0.5126 kg/m^3 , kemudian setelah dilakukan kendali pada $t = 10000$ nilai konsentrasi lipid dalam aliran pelarut (C_s) menjadi sebesar 0.9301 kg/m^3 . Hal ini menunjukkan bahwa setelah adanya kendali optimal dapat mempengaruhi konsentrasi lipid dalam aliran pelarut.



Gambar 4.4 Konsentrasi lipid dalam aliran pelarut (C_s)

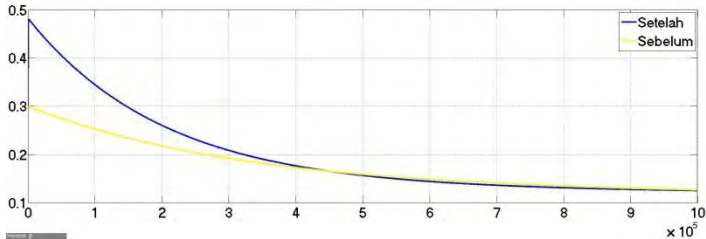
Gambar diatas dilakukan simulasi pada waktu $t = 10 \times 10^5$. Hal tersebut menunjukkan bahwa setelah adanya kendali optimal dapat mempengaruhi konsentrasi lipid dalam aliran pelarut.



Gambar 4.5

Konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga (C_p)

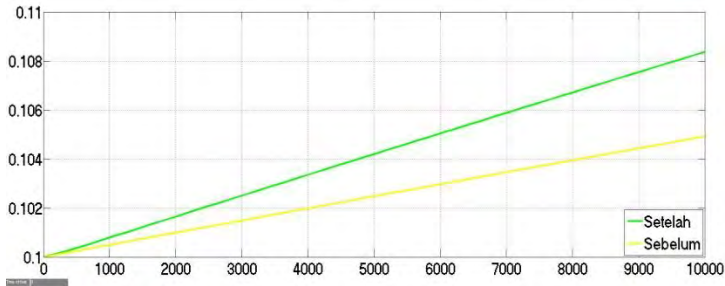
Gambar 4.4 menunjukkan setelah dilakukan kendali optimal mengalami meningkat. Sebelum dilakukan kendali pada $t = 10000$ nilai konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga (C_p) awalnya adalah 0.2947 kg/m^3 . Kemudian setelah dilakukan kendali pada $t = 10000$ nilai konsentrasi lipid dalam aliran pelarut (C_s) mendapatkan nilai maksimal sebesar 0.4801 kg/m^3 dan nilai akhir sebesar 0.4658 kg/m^3 .



Gambar 4.6

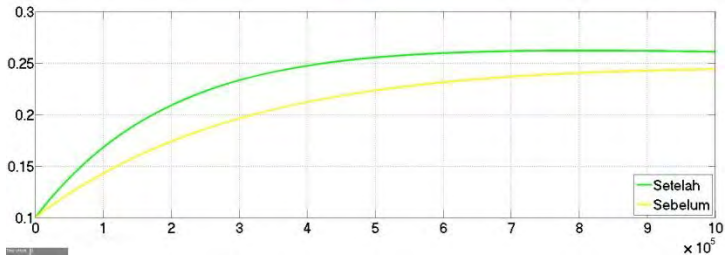
Konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga (C_p)

Gambar diatas menunjukkan bahwa hasil setelah dilakukan kontrol yang awalnya mengalami peningkatan, kemudian terjadi penurunan setelah mendapatkan hasil maksimum. Hal ini menunjukkan bahwa setelah adanya kendali optimal dapat mempengaruhi konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga.



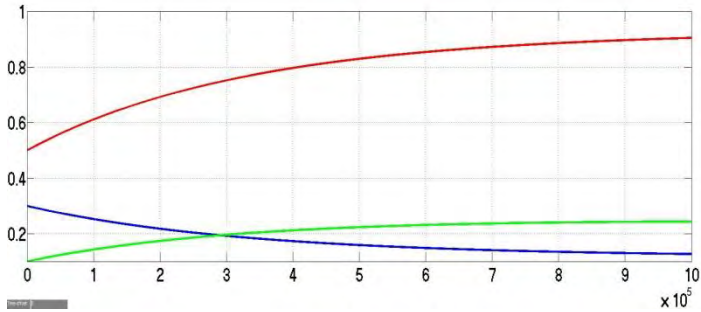
Gambar 4.7 Konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l)

Gambar 4.6 menunjukkan setelah dilakukan kendali optimal mengalami peningkatan. . Sebelum dilakukan kendali pada $t = 10000$ nilai konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l) awalnya adalah 0.1049 kg/m^3 , kemudian setelah dilakukan kendali pada $t = 10000$ nilai konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l) menjadi sebesar 0.1084 kg/m^3 .

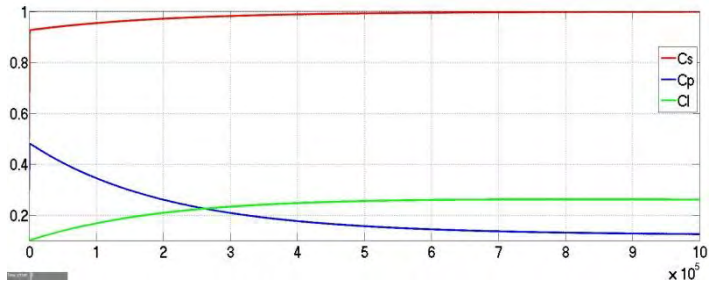


Gambar 4.8 Konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l)

Gambar diatas dilakukan simulasi pada waktu $t = 10 \times 10^5$ dan kondisi simulasi sistem sebelum dan sesudah dilakukan kontrol menjadi stabil.



Gambar 4.9 Kondisi sistem sebelum diberi kontrol



Gambar 4.10 Kondisi sistem setelah diberi kontrol

Gambar diatas, menunjukkan pemberian kendali optimal LQR mempengaruhi kondisi sistem. Hasil yang diperoleh dari gambar simulasi diatas bahwa:

1. Kondisi konsentrasi lipid dalam aliran pelarut (C_s) mengalami peningkatan dan setelah dilakukan simulasi waktu $t = 10 \times 10^5$ sistem menjadi stabil pada nilai sebesar 9.83 kg/m^3 .
2. Kondisi konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga (C_p) awalnya mengalami peningkatan, kemudian ketika $t = 10000$ sistem yang menghasilkan nilai maksimal sebesar 3.85 kg/m^3 . Setelah itu kondisi sistem mengalami penurunan sehingga ketika $t = \infty$ maka nilai yang dihasilkan cp sebesar 0 kg/m^3 .

3. Kondisi konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l) setelah dilakukan simulasi sampai waktu $t = 10 \times 10^5$ mengalami kondisi stabil. Kondisi konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l) mengalami hasil yang stabil pada nilai sebesar 1.61 kg/m^3 .

BAB V

PENUTUP

Pada bab ini, berisi kesimpulan dari semua kegiatan penelitian dan saran untuk pengembangan dalam Tugas Akhir dan saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis hasil simulasi yang disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Sistem dari model matematika ekstraksi lipid mikroalga bersifat stabil, terkontrol dan teramati sehingga system dapat diberikan kontrol optimal.
2. Elemen yang didapat dari perancangan kendali LQR antara lain gain integrator Q_c dan R_c serta gain regulator dengan nilai masing-masing:

$$Q_c = \begin{bmatrix} 0.95 & 0 & 0 \\ 0 & 0.95 & 0 \\ 0 & 0 & 0.95 \end{bmatrix}$$

$$R_c = [1]$$

$$K_c = [0.9747 \quad 0.2007 \quad 0.0027]$$

3. Dari hasil simulasi didapat
 - a. Konsentrasi lipid dalam aliran pelarut (C_s) sebelum dilakukan kendali pada $t = 10000$ nilai awalnya adalah 0.5126 kg/m^3 , kemudian setelah dilakukan kendali pada $t = 10000$ nilai konsentrasi lipid dalam aliran pelarut(C_s) menjadi sebesar 0.9301 kg/m^3 .
 - b. Konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga (C_p) sebelum dilakukan kendali pada $t = 10000$ nilai awalnya adalah 0.2947 kg/m^3 . Kemudian setelah dilakukan kendali pada $t = 10000$ nilai konsentrasi lipid dalam aliran pelarut (C_s)

mendapatkan nilai maksimal sebesar 0.4801 kg/m^3 dan nilai akhir sebesar 0.4658 kg/m^3 .

- c. Konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l) sebelum dilakukan kendali pada $t = 10000$ nilai awalnya adalah 0.1049 kg/m^3 , kemudian setelah dilakukan kendali pada $t = 10000$ nilai konsentrasi lipid dipermukaan pelarut (C_l) menjadi sebesar 0.1084 kg/m^3 .

5.2 Saran

Adapun saran dari Tugas Akhir ini adalah pada penelitian berikutnya dapat diterapkan metode lain dalam menyelesaikan kendali optimalnya pada model matematika ekstraksi lipid mikroalga seperti bentuk *five dimensional model*.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Dyah P, Shintawati (2011) *PRODUKSI BIODIESEL DARI MIKROALGA CHLORELLA Sp DENGAN METODE ESTERIFIKASI* Universitas Diponegoro
- [2] Yosta R, Elfera. (2015). “Ekstraksi Minyak Alga dari Spirulina Sp”. Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
- [3] Rusdiani Ratna Rizky dkk (2016).”Optimalisasi Teknologi Fotobioreaktor Mikroalga sebagai Dasar Perencanaan Strategi Mitigasi Gas CO₂”.
- [4] Monalisa S, Sriati. (2016). “Pemodelan Perpindahan Massa Pada Ekstraksi Lipid Kontinu Mikroalga Chlorella Vulgaris Dengan Pelarut Cxm (CO₂-Expanded Methanol)”. FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Indonesia.
- [5] Dewi O, Nanda. (2016). „Kendali Optimal Pertumbuhan Mikroalga Melalui Tingkat Pengenceran Nutrisi” Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [6] Hajar.“Kendali Karbon Dioksida Pada Model Pertumbuhan Alga”. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya
- [7] Izzati, Nailul. (2015).„Optimal Feeding Strategy on Mikroalgae Growth in Fed-Batch Bioreactor Model”. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [8] Purnawan, Heri. (2015).”Desain Sistem Kendali Linier Quadratic Regulator (LQR) Untuk Kestabilan Terbang LSU-05”.FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [9] Yang, Yi-Hung, Woroasung Klinthong dan Chung Sung Tan. (2015). “Optimization of Continuous Lipid Extraction from Chlorella Vulgaris by CO₂-Expanded

Methanol for Biodiesel Production”. Bioresource Advanced. 30:709-732.

- [10] Subiono. 2013. Sistem Linier dan Kontrol Optimal. Surabaya:
- [11] Nastitie.(2017).”Analisis Dan Kontrol Optimal Pada Model Pengobatan Penyakit Kanker Dengan Mengombinasikan Radioterapi Dan Antiangiogenesis”. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [12] Putra, Firdaus Priyatno.(2017).”Desain Sistem Kendali Linier Quadratic Gaussian (LQG) untuk Dinamika Kapal SSV BRP TARLAC”. Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

LAMPIRAN A

Source Code

1. Uji keterkontrolan dan Keteramatan

```

clc;
% Uji keteramatan
C=[1 0 0;0 1 0;0 0 1];
CA=C*A;
A2=A^2;
CA2=C*A2;

Mp=[C;CA;CA2];
rank(Mp);

%Uji keterkontrolan

B13=0;
B12=(kf*a)/(v^2)*(1-ep);
B11=-(-(1-ep)/e)*B12+(s/rho*e*v^2);

B= [B11;B12;B13];

AB=A*B;
A2B=A^2*B;

Mc=[B AB A2B];
rank(Mc);

```

2. Desain Kontrol Optimal

```

Qc = [35 0 0;0 35 0;0 0 35]
Rc = [0.0000011]

ka=0.000002;
kd=0.000001;
kf=1.72737;

```

```

a=1.256*10^-11;
csat=9.25;
v=9*10^-5;
e=0.2996;
ep=0.3;
s=5*10^-5;
rho=74.79195;

cs0=3;
cp0=1;
cl0=1;

A11=-s/rho*e*v;
A12=((1-ep)/e)*((kf*a/v*(1-ep))+ka);
A13=-((1-ep)/e)*kd;

A21=0;
A22=-((kf*a/v*(1-ep))+ka);
A23=kd;

A31=0;
A32=ka;
A33=-kd;

A=[A11 A12 A13 ; A21 A22 A23 ; A31 A32
A33]

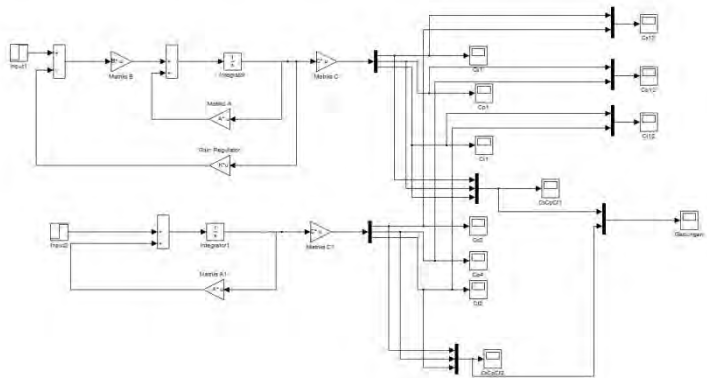
B13=0;
B12=(kf*a)/(v^2)*(1-ep);
B11=-(-(1-ep)/e)*B12+(s/rho*e*v^2);

b = [B11;B12;B13]
c = [1 0 0;0 1 0;0 0 1]

Pc=are(A,b*inv(Rc)*b',c'*Qc*c)

Kc=inv(Rc)*b'*P

```



Halaman ini sengaja dikosongkan

LAMPIRAN C
Perhitungan Kriteria Routh-Hurwitz

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = \frac{s}{\rho \varepsilon v} + \left\{ \frac{K_f a}{v(1 - \varepsilon_p)} + K_a \right\} + K_d$$

$$a_1 = \left(\frac{5 \times 10^{-5}}{74.7915 \times 0.3 \times (9 \times 10^{-5})} \right) + \left(\frac{1.72737 \times (1.256 \times 10^{-11})}{(9 \times 10^{-5}) \times (1 - 0.3)} \right) + 0.000002 \Big) + 0.000001$$

$$a_1 = 2.48 \times 10^{-2}$$

$$a_2 = \left(\frac{s}{\rho \varepsilon v} \right) \left(\frac{K_f a}{v(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) + \left(\frac{s}{\rho \varepsilon v} \right) k_d + \left(\frac{K_f a}{v(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) k_d - k_a k_d$$

$$\begin{aligned}
a_2 = & \left(\frac{5 \times 10^{-5}}{74.7915 \times 0.3 \times (9 \times 10^{-5})} \right) \\
& + \left(\frac{1.72737 \times (1.256 \times 10^{-11})}{(9 \times 10^{-5}) \times (1 - 0.3)} \right) \\
& + 0.000002 \Bigg) \\
& + \left(\left(\frac{5 \times 10^{-5}}{74.7915 \times 0.3 \times (9 \times 10^{-5})} \right) \right. \\
& \left. \times 0.000001 \right) \\
& + \left(\frac{1.72737 \times (1.256 \times 10^{-11})}{(9 \times 10^{-5}) \times (1 - 0.3)} + 0.000002 \right) \\
& \times 0.000001 - (0.000002 - 0.000001) \\
a_3 = & \left(\frac{s}{\rho \varepsilon v} \right) \left(\frac{1.72737 \times (1.256 \times 10^{-11})}{(9 \times 10^{-5}) \times (1 - 0.3)} \right. \\
& \left. + 0.000002 \right) k_d - k_a k_d \left(\frac{s}{\rho \varepsilon v} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_3 &= \left(\frac{5 \times 10^{-5}}{74.79195 \times 0.3 \times 5 \times 10^{-5}} \right) \left(\frac{K_f a}{v(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) \\
&\quad \times 0.000001 \\
&\quad - (0.000002 \\
&\quad - 0.000001) \left(\frac{5 \times 10^{-5}}{74.79195 \times 0.3 \times 5 \times 10^{-5}} \right) \\
a_3 &= 1.93 \times 10^{-13}
\end{aligned}$$

Halaman ini sengaja dikosongkan

BIODATA PENULIS



Penulis bernama Fatkhunur Fariza Rahmadiansyah, lahir di Ngawi, 08 Februari 1995. Penulis merupakan anak bungsu dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Edi Susanto dan Ibu Ndari Hariyani. Jenjang pendidikan formal yang ditempuh oleh penulis dimulai dari SDN Watualang 2 Ngawi (2001-2007), SMPN 1 Ngawi (2007-2010), SMAN

Ngawi (2010-2013). Setelah lulus dari SMAN Ngawi, penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Jurusan Matematika ITS pada tahun 2013-2017 melalui jalur SBMPTN dengan NRP 1213100085. Di Jurusan Matematika ITS penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan. Selain aktif kuliah, penulis juga aktif berorganisasi di Himpunan Mahasiswa sebagai Staff Syiar Ibnu Muqlah (2014/2015), Staff COS HIMATIKA ITS (2015/2016), Kepala Departemen Big Event Ibnu Muqlah dan mengikuti beberapa kepanitian yang ada di dalam kampus. Selain itu penulis juga melaksanakan Kerja Praktek di Balai Teknologi Hidrodinamika (BTH) Surabaya pada tahun 2017. Jika ingin memberikan kritik dan saran, serta diskusi terkait Tugas Akhir ini, silahkan menghubungi email: fatkhunurfariza@gmail.com.